

ще го виждат южно от небесния екватор. Ако означим деклинацията на спътника с δ , то за търсената височина можем да запишем:

$$h = 90^\circ - \varphi - \delta$$

Тази деклинация е равна на ъгъла ОВА на чертежа. Отсечката ОВ е равна на радиуса на орбитата на спътника. От точка А спускаме перпендикуляр към нея (АС). Пресмятаме разстоянията АС и ОС:

$$AC = R \cdot \sin \varphi = 4261 \text{ km}$$

$$OC = R \cdot \cos \varphi = 4746 \text{ km.}$$

Следователно:

$$BC = OB - OC = R + H - OC = 37\,489 \text{ km.}$$

Тъй като $\tan OBA = AC / BC$, можем да намерим ъгъла ОВА:

$$\angle OBA = \delta = 6^\circ.4844$$

Това означава, че от Хасково геостационарният спътник ще се вижда на около $6^\circ 30'$ под небесния екватор. Оттук намираме:

$$h = 90^\circ - \varphi - \delta \approx 41^\circ 36'.$$

2 задача. Двойна звезда. Двойната система 42 Com се състои от две еднакви звезди от Главната последователност на диаграмата на Херцшпрунг-Ръсел, всяка със звездна величина 5.22^m и спектрален клас F5. Паралаксът на 42 Com е $0.057''$. Наклонът на орбиталната плоскост на двете звезди към зрителния лъч е близък до 0° , макар и не достатъчно, за да се наблюдава системата като затъмнително-двойна звезда. Относителната орбита на едната звезда около другата е елипса с ексцентрицитет 0.37. Голямата ѝ полуос е насочена към Земята.

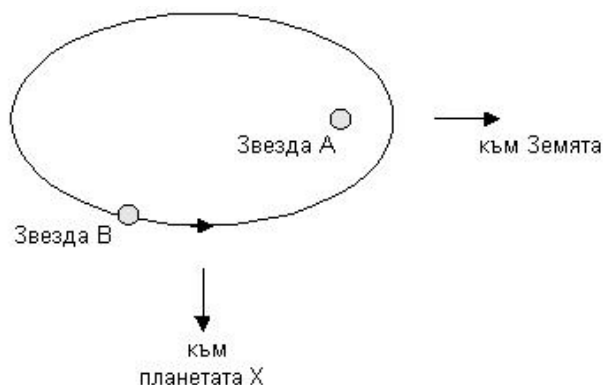
- Земният астроном Делян Лафчиев си разменя данни за тази система със своите любезни виолетови колеги от планетата Х, намираща се на същото разстояние от 42 Com, както Земята, но в перпендикулярна посока. От тях той знае, че голямата полуос на относителната орбита е с видим ъглов размер $0.66''$ и че те я наблюдават като затъмнително двойна звезда с централни затъмнения. Нарисувайте схематично как би изглеждала кривата на изменение на блясъка, получена от тази далечна планета.

- Намерете минималния ъгъл, под който орбиталната плоскост може да бъде наклонена към зрителния лъч за земния наблюдател, така че да не се наблюдават затъмнения в двойната система.

- Колко би продължавало затъмнението на едната звезда от другата за нас при положение, че наклонът на орбиталната плоскост към зрителния лъч е 0° ? Орбиталният период на системата е 26 години.

Решение:

Относителната орбита се получава, когато разглеждаме движението на звездите в система, в която едната звезда е неподвижна, а другата обикаля около нея. Щом голямата ос на относителната орбита на двойната система е насочена към нас, то тя ще бъде перпендикулярна на лъча на зрение за наблюдателя от планетата Х.

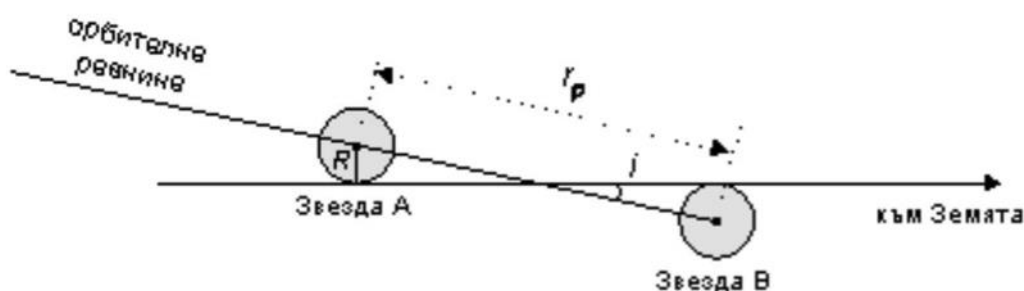


Тъй като орбитата е силно елиптична, то за извънземния наблюдател, намиращ се в посока перпендикулярна на голямата ос на двойната звезда, в кривата на блясъка вторичният минимум няма да бъде симетричен спрямо главните минимуми. Както се вижда от схемата, от

момента, когато звездата В закрива звездата А, до момента, когато звездата В премине зад звездата А, минава значително по-малко време, отколкото от момента, когато звездата В преминава зад звездата А, до момента, когато звездата В отново закрива звездата А. Причината е не само в различния път по орбитата, който звездата В преминава в двата случая, но и в това, че съгласно втория закон на Кеплер, в периастръра орбиталната скорост е по-голяма, отколкото в апоастъра на орбитата. Вторичният и главният минимум са остри и еднакви по амплитуда, защото двете компоненти са еднакви. Строго погледнато обаче, графиките на самите минимуми няма да са симетрични. Спадането на блясъка при главния минимум ще е малко по-бавно, отколкото покачването на блясъка, понеже орбиталната скорост на звездата В по време на този минимум ще нараства с приближаването към периастрия. При вторичния минимум скоростта ще намалява с отдалечаването от периастрия и неговата графика ще бъде огледална на главния минимум.

За извънземния наблюдател кривата на блясъка ще изглежда по следния начин:

Щом звездите са от спектрален клас F5 и се намират на главната последователност, то те са от V клас светимост. От таблицата с астрофизичните характеристики на звездите виждаме, че такива звезди имат среден радиус 1.3 слънчеви радиуса или 900 000 км. Най-малкият възможен ъгъл, при който не се наблюдават затъмнения, се определя от следния чертеж:



$$\sin i = \frac{2R}{r_p}$$

$$r_p = a(1 - e)$$

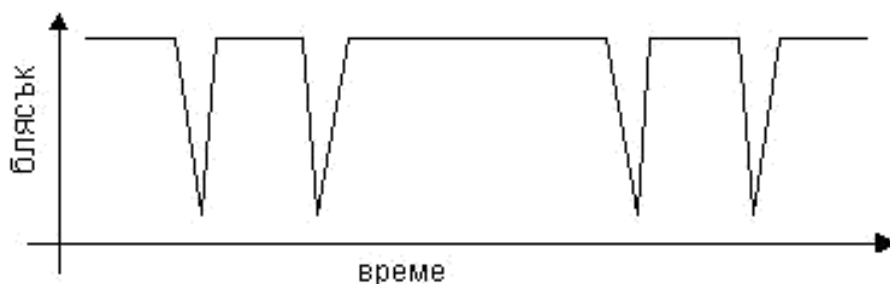
$$a = \frac{\delta''}{\pi''} [\text{AU}]$$

където a е голямата полуос на орбитата в астрономически единици, e е ексцентрицитетът, δ'' ъгловият размер на голямата полуос, видима от разстоянието, на което се намираме, π'' е паралаксът на двойната система. Заместваме и получаваме за максималния наклон на орбитата следния израз:

$$i = \arcsin \frac{2\pi'' R}{\delta''(1 - e) \cdot 1 \text{ AU}}$$

$$i = 5'40''$$

Минималният възможен ъгъл на наклона на орбитата на двойната звезда спрямо



зрителния лъч, при който няма да наблюдаваме затъмнения, е приблизително 6 дъгови минути.

Времето на едно централно затъмнение ще бъде равно на времето, за което едната звезда изминава два пъти своя диаметър. Главният и вторичният минимум ще бъдат различни по

продължителност в зависимост от това дали затъмнението се случва в периастръ на относителната орбита, или в апоастръ.

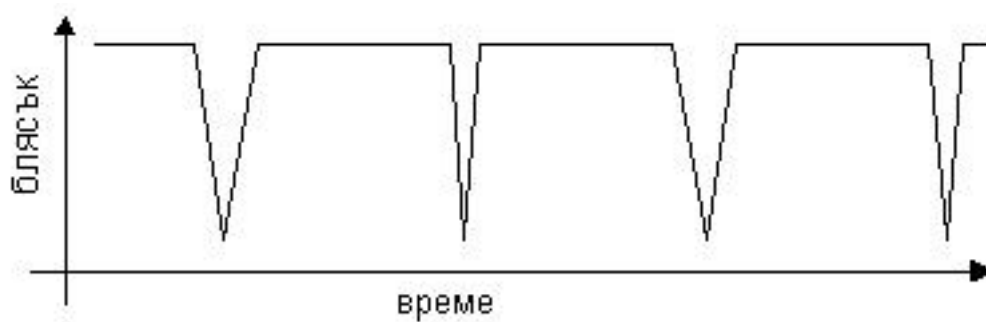
$$T_1 = \frac{4R}{v_p} \quad T_2 = \frac{4R}{v_a}$$

$$v_p = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \quad v_a = \frac{2\pi a}{T} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$$

$$T_1 = 51 \text{ h}$$

$$T_2 = 111 \text{ h}$$

Кривата на блясък би изглеждала по следния начин:



3 задача. Вега в зенита. При посещение в Националната астрономическа обсерватория – Рожен посетител с бегли астрономически познания задава въпрос: „Звездата Вега винаги ли се наблюдава в зенита?“ Нека си представим, че тази абсурдна ситуация е реална и че Вега ($\alpha = 18^{\text{h}}37^{\text{m}}$, $\delta = +38^{\circ}47'$) наистина винаги се наблюдава в зенита за НАО – Рожен.

- Как трябва да се промени околоосното движение на Земята, за да стане това?
- Как ще се редуват тогава денят и нощта? Кога за НАО – Рожен ще започва денят и кога – нощта?
- С какви дрехи трябва да се обличат астрономите в обсерваторията през юни-юли? А как трябва да се обличат хората в щата Аризона по същото време?
- Коя звезда ще бъде в зенита за НАО – Рожен след 2000 години?

Решение:

За да бъде някоя звезда постоянно в зенита за което и да е място по Земята, то би трябвало с течение на времето видът на небето да не се променя. Това (при сегашното околоосно въртене на Земята) е възможно само ако звездата се намира в някой от небесните полюси, а наблюдателят на някой от земните полюси. Вега не е в никой полюс и затова единствената възможност да остава винаги в зенита е звездите да стоят неподвижни спрямо Рожен. Това означава, че Земята винаги има една и съща ориентация спрямо тях, т.е. не се върти около оста си. При това положение звездното денонощие има безкрайна продължителност и за никое място по Земята звездното небе няма да се променя.

Въпреки че звездите няма да се движат по небето Слънцето ще извършва годишното си движение на фона им, защото то се дължи на обикалянето на Земята по орбитата ѝ. Неговият видим път (еклиптика) е голям кръг от небесната сфера. Следователно, тя ще се пресича с хоризонта в две диаметрално противоположни точки. Когато Слънцето се намира в тези точки, то ще изгрява и ще залязва за НАО Рожен. От тук следва, че при това положение денят и нощта ще имат еднаква продължителност по шест месеца.

Понеже Вега е в зенита и има ректасцензия $18^{\text{h}}36^{\text{m}}56^{\text{s}}$, то Слънцето ще е в горна кулминация в момента, когато и неговата ректасцензия е такава. Както знаем, тя по време на зимно слънцестоене е точно 18^{h} , и се изменя с около 4 минути на ден. Това означава, че Слънцето ще е в горна кулминация около 9 дни след зимното слънцестоене или около 1-ви януари. Съответно изгревът му ще е 3 месеца преди това или около 1-ви октомври, а залезът около 1-ви април.

Понеже Слънцето ще залязва на 1-ви април, то цяло лято няма да е над хоризонта. Съответно няма да огрява обсерваторията на Рожен и тогава там би трябвало да е много студено. Астрономите ще трябва да се обличат топло и непрекъснато ще е нощ – няма да има почивка за тях от наблюденията (освен ако не се заоблачи небето). През зимата то ще е постоянно над хоризонта и затова тогава би трябвало да е топлият сезон за това място, въпреки че ще Слънцето ще е ниско над хоризонта.

Аризона се намира приблизително на противоположна географска дължина спрямо Рожен. Това означава, че през летните (от сегашна гледна точка) месеци, докато на Рожен е нощ, то в Аризона ще е ден. Освен това, Слънцето ще е високо над хоризонта, защото ще е в северната небесна полусфера. Следователно там лятото ще е много горещо, а зимата много студено. Както се убедихме, видът на небето никога няма да се променя. Единственото, което ще се случва, са изгревът и залезът на Слънцето през интервал от време 6 месеца.

Все пак съзвездията, които са на небето, биха могли да се променят поради влиянието на прецесията. Прецесия обаче няма да има, защото няма да има въртене на Земята около оста, т.е. няма да има ос, която да прецесира.

Би могло Вега да е винаги в зенита и при условие, че оста на Земята е насочена към нея. В такъв случай Рожен ще се намира точно на северния географски полюс на Земята.

Знаем, че деклинацията на северния небесен полюс е $+66,5^\circ$, а деклинацията на Вега е 38° . Следователно, наклонът на земната ос спрямо равнината на Екватора в този случай ще бъде около 29° . Наблюдател на Рожен ще вижда как звездите се движат успоредно на хоризонта му, който ще съвпада с небесния екватор в този случай.

Понеже Рожен се намира в полюса на Земята, то за наблюдател там Слънцето ще е над хоризонта в продължение на половин година. Пресечните точки на еклиптиката с хоризонта ще се същият като в предния случай, следователно и датите на изгрев и залез ще са същите. Съответно и температурите ще са същите като в предния случай. Променя се, обаче ситуацията с Аризона. Тя е приблизително на около 90° от България, измервано по геодезичната линия между двете. Следователно при това положение, тя ще е на земния екватор. Затова там през месеците януари и юли (през които Слънцето е близо до своето слънцестоене) то ще се изкачва максимално ниско над хоризонта по пладне, защото е максимално далеч от небесния екватор.

Тук вече Земята се върти около оста си, т.е. прецесия ще има. Наклонът на оста ѝ е малко по-голям отколкото е сега. Да приемем, че периодът ѝ на прецесия е приблизително същият като сега – 26 000 г. Посоката също би могло да се очаква да бъде същата, т.е. северният небесен полюс ще се движи в посока обратна на годишното движение на Слънцето по еклиптиката. След 2000 години то ще се е преместило на около $1/12$ част от прецесионния си път и ще се намира в северната (от сегашна гледна точка) част на съзвездие Херкулес.

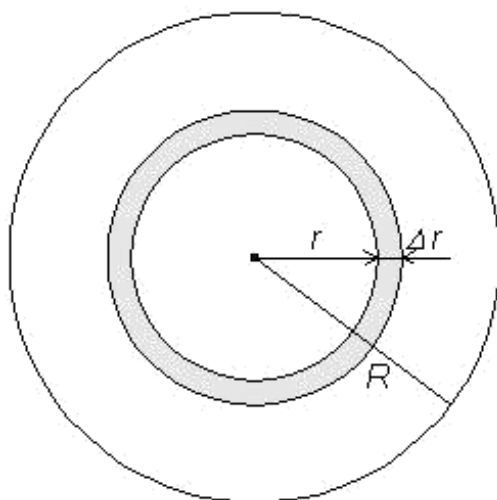
4 задача. Небе в звезден куп. Общата звездна величина, характеризираща светенето на цялото видимо нощно небе заедно със звездите на Земята, е -7^m . След като е изучил всички съзвездия на земното небе, астрономът Константин Гундев отлита към странна планета в странен кълбовиден куп от обратната страна на Галактиката, тъй като само на такова място вече разучаването на звездите е достойна задача за него. Радиусът на звездния куп е 20 рс. Всички звезди в него имат абсолютна звездна величина 3^m . Купът съдържа 200 000 звезди, равномерно разпределени в целия му обем. Каква ще бъде общата звездна величина, характеризираща светенето на нощното небе на странната планета?

Решение:

Нека E_{10}' е осветеността, която една звезда с абсолютна звездна величина 3^m създава на разстояние 10 рс. Да пресметнем общата осветеност E_r , която създават за наблюдател в центъра на звездния куп всички звезди, намиращи се в сферичен слой от купа с радиус r и малка дебелина Δr .

Тъй като дебелината е малка, приблизителният обем на този слой пресмятаме като произведение на площта на вътрешната страна на слоя и дебелината:

$$\Delta V = 4\pi r^2 \Delta r$$



Да означим с $N = 200000$ общия брой звезди в звездния куп, а с R – неговия радиус. Обемът на целия куп ще бъде:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

Броят звезди, съдържащи се в тънкия слой ще бъде:

$$\Delta N = N \cdot \frac{\Delta V}{V} = N \cdot \frac{3r^2 \Delta r}{R^3}$$

Осветеността, която създава една звезда от слоя за наблюдател в центъра на звездния куп, ще бъде:

$$E'_r = E_{10} \cdot \frac{10^2}{r^2}$$

където r е в парсеци. Общата осветеност от всички звезди в слоя ще бъде:

$$E_r = \Delta N \cdot E'_r$$

$$E_r = \frac{300NE'_{10}\Delta r}{R^3}$$

Тук R и r също трябва да са в парсеци. Интересното в този резултат е, че както се оказва, общата осветеност от всички звезди в сферичния слой не зависи от неговия радиус r . Това означава, че ако разделим кълбовидния куп на множество такива концентрични слоеве със същата дебелина, но с различни радиуси, то звездите от всеки такъв слой ще имат еднакъв принос към общата осветеност, създавана в центъра на купа. Тъй като осветеността от даден слой е право пропорционална на дебелината му r , то общата осветеност от всички звезди в купа ще намерим, като сумираме приносите на всички слоеве:

$$E = \frac{300N E'_{10}}{R^3} (\Delta r + \Delta r + \dots) = \frac{300NE'_{10}}{R^3} \cdot R$$

$$E = \frac{300NE'_{10}}{R^2}$$

Звездната величина m , която съответства на тази осветеност, пресмятаме по формулата на Погсън. Сравняваме я с абсолютната звездна величина на една звезда от купа (3^m):

$$\lg \frac{E}{E'_{10}} = 0.4(3 - m)$$

$$m = 3 - 2.5 \lg \frac{300N}{R^2}$$

$$m \approx -10^m$$

Има още един фактор, който създава фоновата осветеност. Това са звездите от Галактиката, разположени извън купа. В условието се казва, че купът е от другата страна на Млечния път. Следователно можем да приемем, че там има същата концентрация на звезди, каквато и в околностите на Слънцето, т.е. че те дават същата сумарна звездна величина, равна на -7^m . Това съответства на осветеност около 16 пъти по-малка отколкото от звездите в купа. Можем да смятаме, че приносът на звездите извън купа към общия блясък на небето няма да е съществен. Поради това заключаваме, че общата яркост на фона ще е около -10^m .

За да се получи по-точна оценка за реален звезден куп, трябва да се отчете, че звездите не са от една и съща абсолютна звездна величина и не са равномерно разпределени в целия обем на купа.

5 задача. Ретроградно движение. Както е известно, планетите извършват видимо движение на фона на звездите, при което понякога описват „примки” – за определено време обръщат посоката си на движение и вместо от запад на изток, както обикновено, те се движат от изток на запад. За всяка планета продължителността на това ретроградно движение е различна.

- Обяснете качествено как ще се изменя интервалът от време, през който един обект има ретроградно движение, с увеличаване на разстоянието му от Слънцето. Как ще се редуват тогава денят и нощта? Кога за НАО – Рожен ще започва денят и кога – нощта?

- Каква е максималната стойност на този интервал от време?

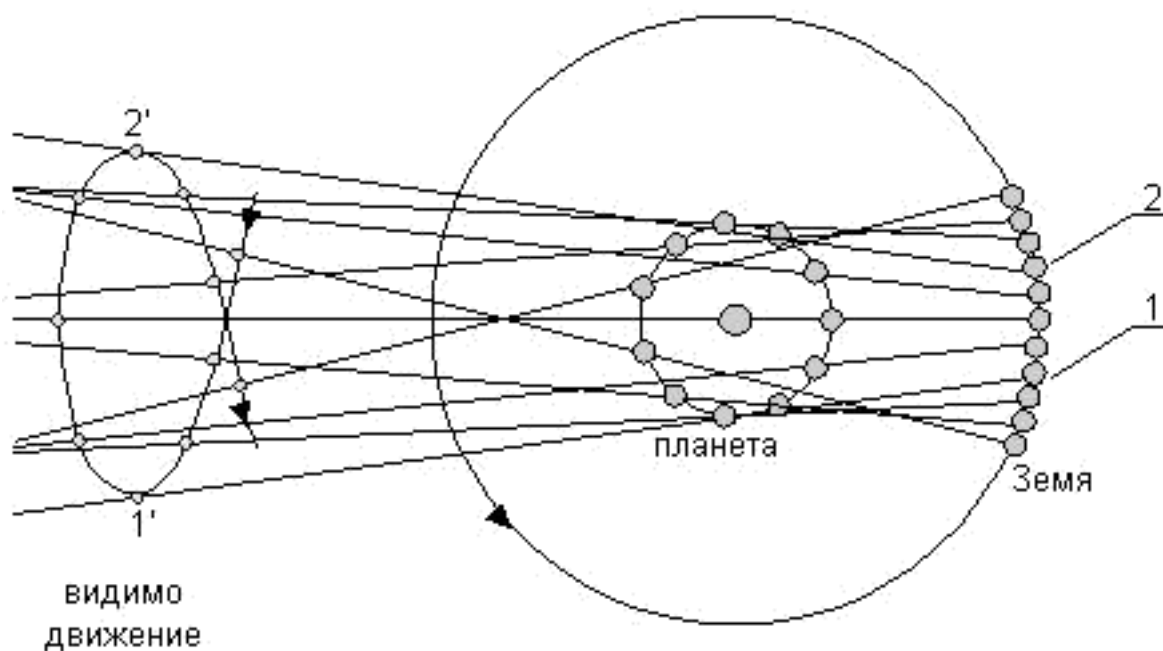
Решение:

Сложните видими пътища, които планетите описват на фона на звездите, се обясняват с това, че те се движат около Слънцето, а ние ги наблюдаваме от движещата се около Слънцето Земя.

В определени интервали от време планетите имат ретроградното движение. За външните планети ретроградното движение се наблюдава около опозицията, а за вътрешните около долното съединение.

Вътрешните планети се движат около Слънцето с по-големи ъглови и линейни скорости, отколкото Земята. На Фиг.1 са показани последователните взаимни положения на Земята и една вътрешна планета през равни интервали от време. Условно е изобразено и видимото преместване на планетата по небето за земния наблюдател. Отначало имаме видимо движение в права посока. Когато Земята достигне до точка 1 от орбитата си, посоката на видимо движение на планетата се обръща. Проекцията на планетата на фона на звездите в този момент, условно изобразена с точка 1', се нарича точка на стоене. Това е, защото около тази точка планетата се премества много бавно и сякаш „стои” на едно място на звездното небе. Тогава започва ретроградното движение на планетата и приключва в точка 2', също точка на стоене, след което посоката отново се обръща и планетата възобновява правото си движение.

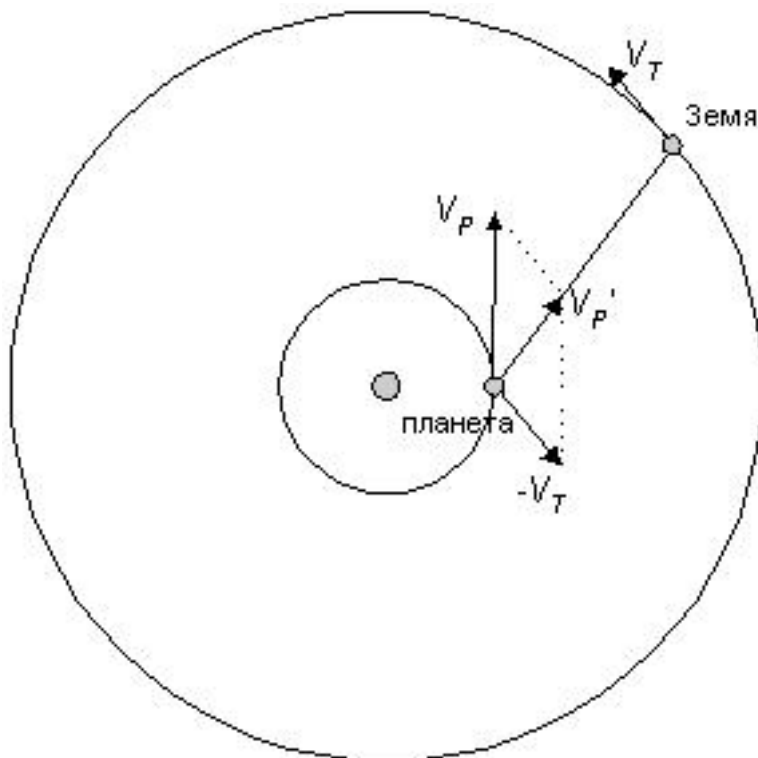
Фиг. 1



От значение за това явление е съотношението на големините и посоките на орбиталните скорости на планетата и Земята в различни моменти. Точките на стоене съответстват на моментите, когато планетата има относителна скорост спрямо Земята, насочена изцяло по правата Земя-планета (зрителния лъч), т.е. когато напречната на зрителния лъч компонента на тази относителна скорост е нула. Нека с V_T означим скоростта на Земята по нейната орбита, а с V_P – скоростта на планетата в даден момент. Относителната скорост на планетата спрямо Земята ще бъде:

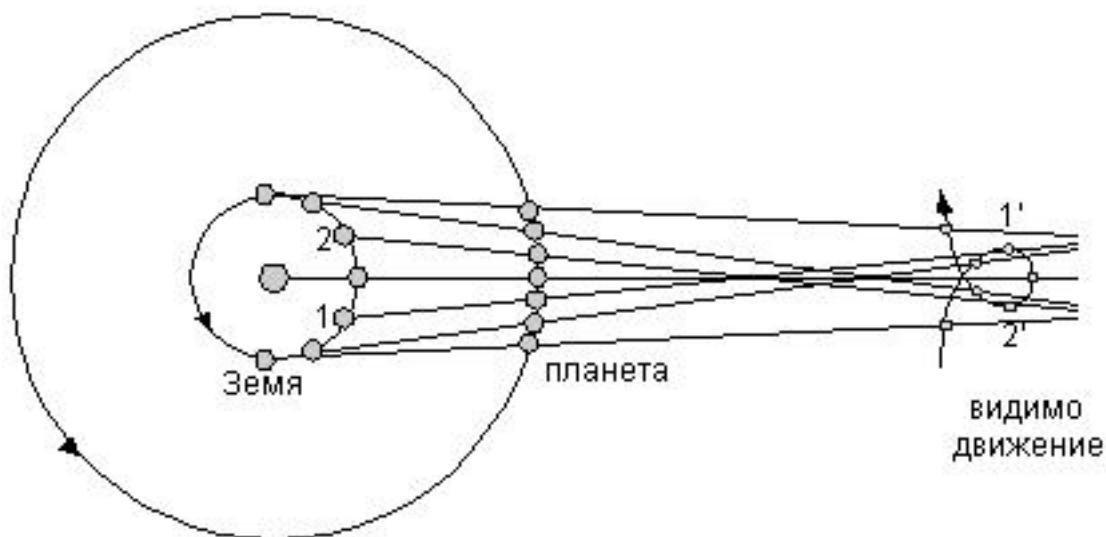
$$\vec{V}_P' = \vec{V}_P - \vec{V}_T$$

На Фиг. 2 е представено взаимно положение на Земята и планетата, отговарящо на точка на стоене.



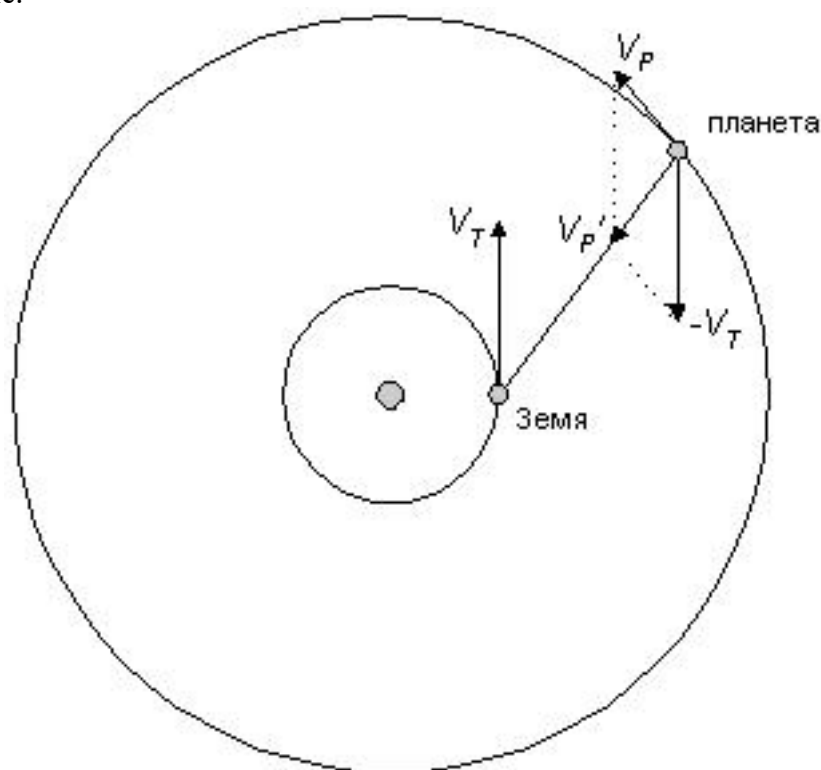
Фиг. 2

Ретроградното движение става в интервала от време, когато планетата, движейки се почти успоредно със Земята, я „изпреварва“, понеже има по-голяма скорост. Колкото по-далеч е планетата от Слънцето, толкова по-близка е нейната скорост до земната орбитална скорост и положенията, при които тя „изпреварва“ Земята, ще са съсредоточени в по-малък сектор от орбитата. Следователно интервалите от време с ретроградно движение ще се съкращават, клонейки към нула с приближаване към земната орбита. Колкото планетата е по-близо до Слънцето, толкова по-продължителни ще са интервалите от време с ретроградно движение. Външните планети се движат около Слънцето с по-малки ъгливи и линейни скорости, отколкото Земята. На Фиг. 3 може да се види как се получава ретроградно движение при наблюдение на външна планета. Точките на стоене също са отбелязани с 1' и 2'.



Фиг. 3

На Фиг. 4 е показана относителната скорост на външна планета спрямо Земята, когато планетата е в точка на стоене.

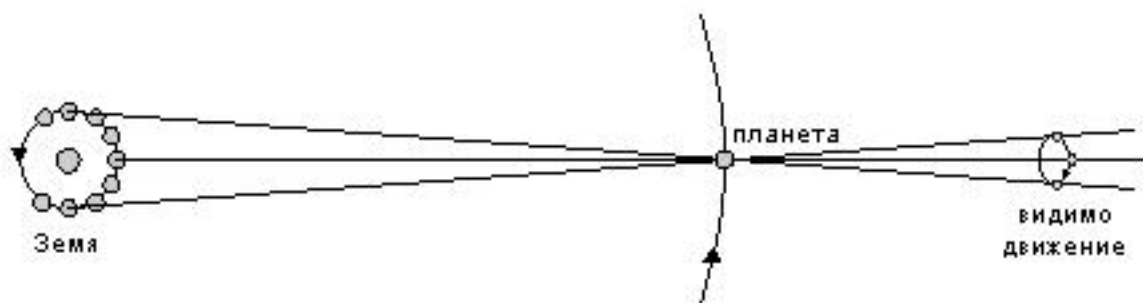


Фиг. 4

Ретроградното движение в този случай става в интервала от време, когато планетата, движейки се почти успоредно със Земята, „изостава“ от нея, понеже има по-малка скорост. Колкото по-близо е планетата до Слънцето, толкова по-близо е тя и до Земята, и нейната скорост е по-близка до земната орбитална скорост. Затова интервалите от време, когато тя ще „изостава“ от Земята, ще са по-кратки, като ще клонят към нула с приближаване към орбитата на Земята. Колкото по-далеч е планетата от Слънцето, толкова по-дълги ще са тези интервали.

Да разгледаме планета, която е много по-далеч от Слънцето, отколкото Земята. Тогава нейната орбитална скорост ще е толкова малка, че в рамките на година или повече можем да считаме планетата почти неподвижна в една точка от нейната орбита. Тогава видимото движение на планетата на фона на звездите ще се определя главно от движението на Земята около Слънцето. Видимият път на планетата ще изглежда като малки примки, близко

разположени една до друга и с ъглов размер, приблизително равен на видимия от планетата диаметър на земната орбита (Фиг. 5). Интервалите от време с ретроградно движение ще бъдат приблизително равни на половин земна година и това е максималната им възможна продължителност.



Фиг. 5

Справочни данни:

Гравитационна константа $\gamma = 6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$

Екваториален радиус на Земята 6378 км

Маса на Земята $6 \times 10^{24} \text{ кг}$

Константа на Стефан-Болцман $s = 5.67 \times 10^{-8} \text{ Вт}/\text{м}^2 \text{ К}^4$